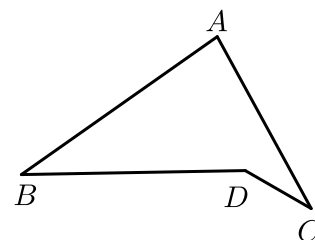


第2讲三角形的倒角模型(加油站)

一、基本模型

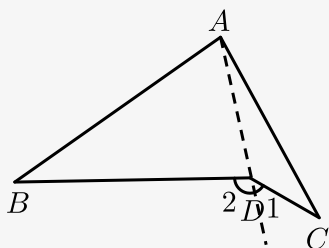
练习1

1. 如图, 已知 $\angle BDC = 142^\circ$, $\angle B = 34^\circ$, $\angle C = 28^\circ$, 则 $\angle A =$ _____ 度.



【答案】 80

【解析】 连接AD并延长, 如图,



$$\therefore \angle 1 = \angle DAC + \angle C, \angle 2 = \angle DAB + \angle B,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle DAC + \angle C + \angle DAB + \angle B,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle B + \angle C,$$

$$\text{而} \angle BDC = 142^\circ, \angle B = 34^\circ, \angle C = 28^\circ,$$

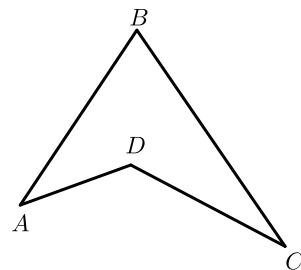
$$\therefore 142^\circ = \angle A + 34^\circ + 28^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 142^\circ - 34^\circ - 28^\circ = 80^\circ.$$

故答案为80.

【标注】 【知识点】 三角形内角和的应用

2. 如图, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, $\angle ADC = 3\angle A$, 则 $\angle A$ 的度数为 ().



A. 80°

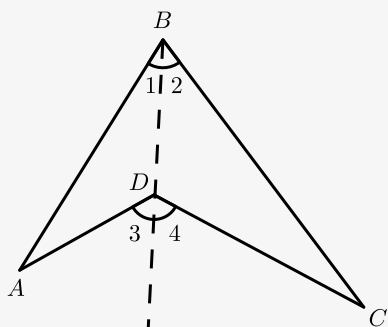
B. 30°

C. 50°

D. 无法确定

【答案】 C

【解析】 如图所示，连接 BD 并延长，



$\therefore \angle 3$ 是 $\triangle ABD$ 的外角， $\angle 4$ 是 $\triangle BCD$ 的外角，

$\therefore \angle 1 + \angle A = \angle 3$ ①， $\angle 2 + \angle C = \angle 4$ ②，

①+②得， $(\angle 1 + \angle 2) + \angle A + \angle C = (\angle 3 + \angle 4)$ ，即 $\angle ABC + \angle A + \angle C = \angle ADC$

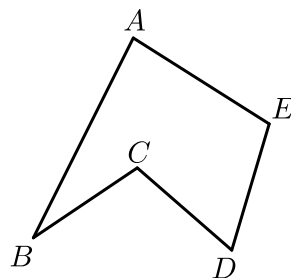
$\therefore \angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， $\angle ADC = 3\angle A$ ，

$\therefore 60^\circ + \angle A + 40^\circ = 3\angle A$ ，解得 $\angle A = 50^\circ$ 。

故选 C。

【标注】 【知识点】燕尾形（飞镖型）

3. 如图，已知 $\angle C = 105^\circ$ ，求 $\angle A + \angle B + \angle D + \angle E = \underline{\quad\quad}^\circ$ 。



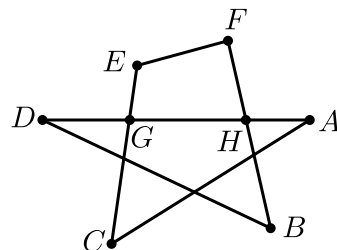
【答案】 285

【解析】连接 AD ，则由飞镖模型得：

$$\angle A + \angle B + \angle D + \angle E = \angle C + 180^\circ = 285^\circ$$

【标注】【知识点】燕尾形（飞镖型）

4. 如图， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 360°

【解析】方法一：连接 BC .

$$\therefore \angle 1 = \angle A + \angle D ,$$

$$\angle 1 = \angle 2 + \angle 3 ,$$

$$\therefore \angle A + \angle D = \angle 2 + \angle 3 ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$$

$$= \angle 2 + \angle 3 + \angle FBD + \angle ECA + \angle E + \angle F$$

$$= \angle FBC + \angle ECB + \angle E + \angle F$$

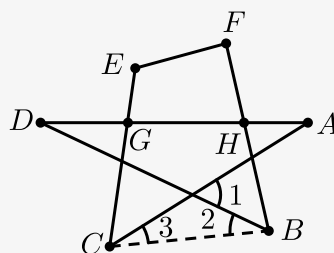
$$= 360^\circ .$$

故答案为： 360° .

方法二： $\angle EGA = \angle C + \angle A ,$

$$\angle FHG = \angle B + \angle D ,$$

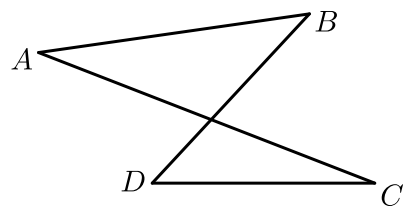
$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = \text{四边形} EFGH \text{的内角和} = 360^\circ .$$



【标注】【知识点】不规则图形的多角求和

练习2

5. 如图， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle D = 50^\circ$ ， $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$.

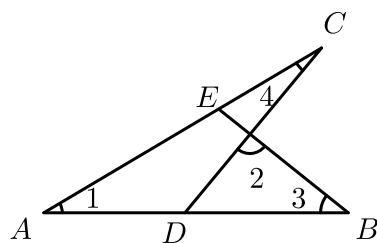


【答案】 25°

【解析】 $\angle C = \angle A + \angle B - \angle D = 75^\circ - 50^\circ = 25^\circ$.

【标注】 【知识点】 蝴蝶型（8字倒角）

6. 如图， $\angle 1 = 27.5^\circ$ ， $\angle 2 = 95^\circ$ ， $\angle 3 = 38.5^\circ$ ，则 $\angle 4$ 的大小为 _____ .

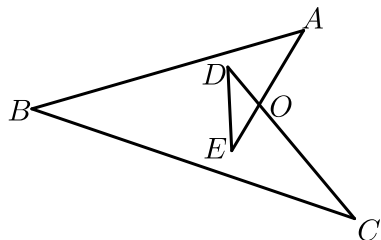


【答案】 19°

【解析】 根据飞镖模型， $\angle 2$ 的邻补角 $= \angle 1 + \angle 3 + \angle 4$ ，
即 $180^\circ - 95^\circ = 27.5^\circ + 38.5^\circ + \angle 4$ ，
解得 $\angle 4 = 19^\circ$.

【标注】 【知识点】 燕尾形（飞镖型）

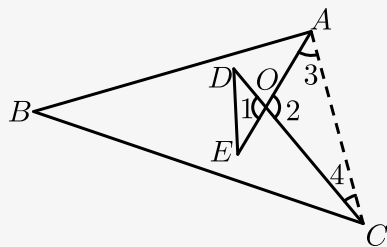
7. 如图所示， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E =$ _____ .



【答案】 180°

【解析】 连接 AC ，

在 $\triangle ODE$ 和
 $\triangle AOC$ 中,



$$\angle D + \angle E + \angle 1 = \angle 3 + \angle 4 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle D + \angle E = \angle 3 + \angle 4 \text{ ①},$$

在 $\triangle ABC$ 中

$$\angle BAO + \angle B + \angle OCB + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \text{ ②},$$

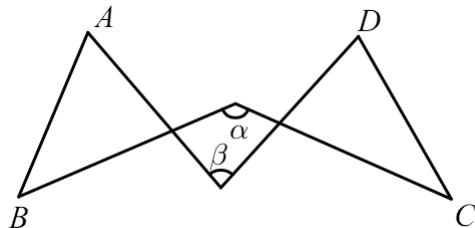
将①代入②, 得

$$\angle BAO + \angle B + \angle OCB + \angle D + \angle E = 180^\circ.$$

故答案为: 180° .

【标注】【知识点】蝴蝶型(8字倒角)

8. 如图, 已知 $\angle\alpha = 133^\circ$, $\angle\beta = 83^\circ$, 求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = (\quad)$.



A. 212°

B. 214°

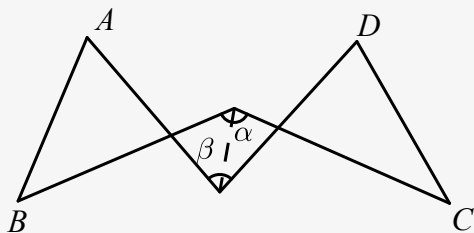
C. 216°

D. 218°

【答案】 C

【解析】 连接 $\angle\alpha$, $\angle\beta$ 两个顶点,

$$\text{易知 } \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = \angle\alpha + \angle\beta = 133^\circ + 83^\circ = 216^\circ.$$

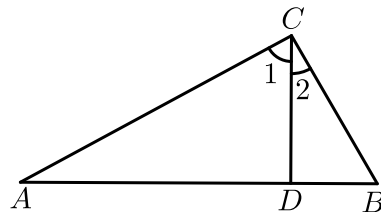


故选C.

【标注】【知识点】蝴蝶型(8字倒角)

练习3

9. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，下列结论错误的是（ ）。



- A. 图中有三个直角三角形
B. $\angle 1 = \angle 2$
C. $\angle 1$ 和 $\angle B$ 都是 $\angle A$ 的余角
D. $\angle 2 = \angle A$

【答案】B

【解析】 $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$ 。

A、 $\because$ 图中有三个直角三角形 $\text{Rt}\triangle ACD$ 、 $\text{Rt}\triangle CBD$ 、 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，故本选项正确；B、应为 $\angle 1 = \angle B$ 、 $\angle 2 = \angle A$ ，故本选项错误；

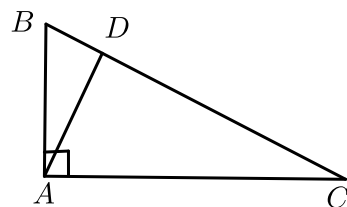
C、 $\because \angle 1 = \angle B$ 、 $\angle 2 = \angle A$ ，而 $\angle B$ 是 $\angle A$ 的余角， $\therefore \angle 1$ 和 $\angle B$ 都是 $\angle A$ 的余角，故本选项正确；

D、 $\because \angle 2 = \angle A$ ，故本选项正确。

故选：B。

【标注】【知识点】余角和补角；双垂形

10. 如图， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）。



- A. 30°
B. 40°
C. 50°
D. 60°

【答案】A

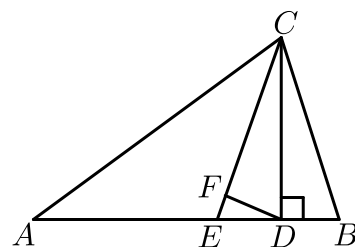
【解析】 $\because AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle B = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle C = 30^\circ$.
 故选A .

【标注】【知识点】双垂形

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ， CE 平分 $\angle ACB$ ， $DF \perp CE$ 于点 F ，则 $\angle CDF$ 的度数为（ ）.



A. 70°

B. 80°

C. 85°

D. 78°

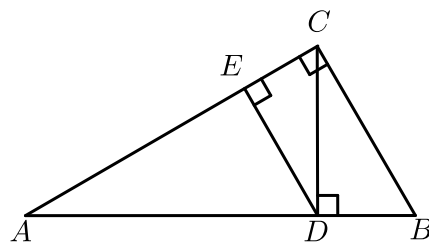
【答案】B

【解析】 $\therefore \angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 80^\circ$.
 $\therefore CE$ 平分 $\angle ACB$ ，
 $\therefore \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB = 40^\circ$.
 $\therefore CD \perp AB$ 于 D ，
 $\therefore \angle CDA = 90^\circ$ ，
 $\angle ACD = 180^\circ - \angle A - \angle CDA = 50^\circ$.
 $\therefore \angle ECD = \angle ACD - \angle ACE = 10^\circ$.
 $\therefore DF \perp CE$ ，
 $\therefore \angle CFD = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle CDF = 180^\circ - \angle CFD - \angle DCF = 80^\circ$.
 故选B .

【标注】【知识点】双垂形

12.

已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 、 DE 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的高， $\angle B = 2\angle CDE$ ，则 $\angle A = (\quad)$ 。



A. 25°

B. 30°

C. 35°

D. 45°

【答案】 B

【解析】 设 $\angle CDE = x$ ，

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 、 DE 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的高，
 $\angle B = 2\angle CDE$ ，

$\therefore \angle B = 2x$ ， $\angle A = 90^\circ - 2x$ ，

$\therefore \angle A = \angle CDE = x$ ，

可得： $90^\circ - 2x = x$ ，

解得： $x = 30$ ，

$\therefore \angle A = 90^\circ - 2 \times 30^\circ = 30^\circ$ ，

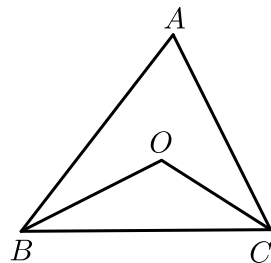
故选：B。

【标注】【知识点】双垂形

二、角平分线基础模型

练习4

13. 如图， O 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线的交点， $\angle A = 80^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的度数为()。



A. 120°

B. 130°

C. 135°

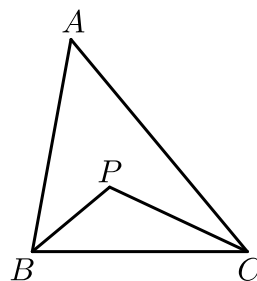
D. 无法确定

【答案】B

【解析】 $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，
 $\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 O ，
 $\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ．
故选B．

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

14. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 80^\circ$ ， $\angle ACB = 50^\circ$ ， BP 平分 $\angle ABC$ ， CP 平分 $\angle ACB$ ．则 $\angle BPC$ 的度数（ ）．



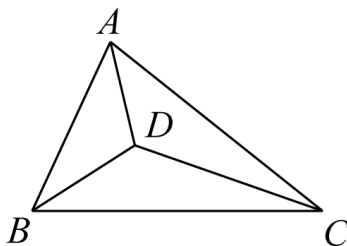
- A. 100° B. 105° C. 110° D. 115°

【答案】D

【解析】D

【标注】【知识点】燕尾形（飞镖型）

15. 如图， $\triangle ABC$ 中， BD 平分 $\angle ABC$ ， CD 平分 $\angle ACB$ ，如果 $\angle BDC = 120^\circ$ ，那么 $\angle BAD$ 等于（ ）．



- A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°

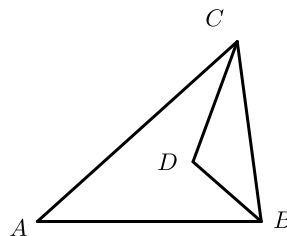
【答案】C

【解析】此为内角分线模型，可知 $\angle BDC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC$ ，故 $\angle BAC = 60^\circ$ ，所以 $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ$ 。

故选C。

【标注】【知识点】三角形-内角角分线

16. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， BD 平分 $\angle ABC$ ， CD 平分 $\angle BCA$ ，若 $\angle BDC : \angle A = 5 : 2$ ，则 $\angle A$ 的大小为 _____



【答案】 $\angle A = 45^\circ$

【解析】 $\because \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ， CD 平分 $\angle BCA$ ，

$$\therefore \angle DCB + \angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - (\angle DCB + \angle DBC)$$

$$= 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\angle A\right)$$

$$= 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\because \angle BDC : \angle A = 5 : 2,$$

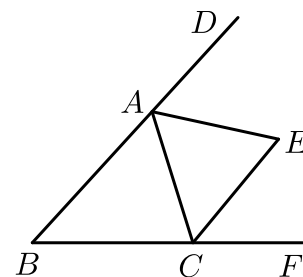
$$\therefore 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = \frac{5}{2}\angle A,$$

解得 $\angle A = 45^\circ$ 。

【标注】【知识点】三角形-内角角分线

练习5

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 48^\circ$ ，三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ， $\angle AEC$ 的度数为（ ）。



A. 56°

B. 66°

C. 76°

D. 无法确定

【答案】 B

【解析】

$\because$ 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ,

$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle DAC, \angle ECA = \frac{1}{2} \angle ACF,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle B + \angle 2, \angle ACF = \angle B + \angle 1$$

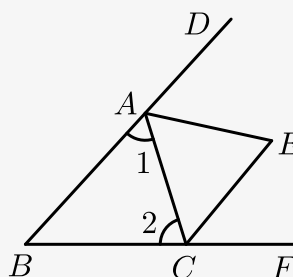
$$\begin{aligned} & \therefore \frac{1}{2} \angle DAC + \frac{1}{2} \angle ACF \\ &= \frac{1}{2} (\angle B + \angle 2) + \frac{1}{2} (\angle B + \angle 1) \\ &= \frac{1}{2} (\angle B + \angle B + \angle 1 + \angle 2). \end{aligned}$$

$$\because \angle B = 48^\circ \text{ (已知)}, \angle B + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \text{ (三角形内角和定理)},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle DAC + \frac{1}{2} \angle ACF = 114^\circ,$$

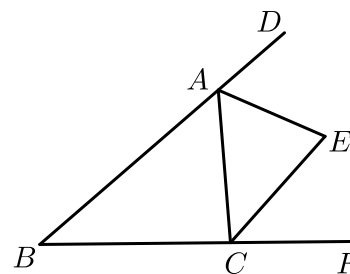
$$\therefore \angle AEC = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle DAC + \frac{1}{2} \angle ACF \right) = 66^\circ.$$

故选 B.



【标注】【知识点】三角形-外角角分线

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 47^\circ$, $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E , 则 $\angle AEC =$ _____.



【答案】 66.5°

【解析】 $\because$ 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ,

$$\begin{aligned}
 \therefore \angle CAE + \angle ACE &= \frac{1}{2}(\angle B + \angle ACB) + \frac{1}{2}(\angle B + \angle BAC) \\
 &= \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle B + \angle ACB + \angle B) \\
 &= \frac{1}{2}(180^\circ + 47^\circ) \\
 &= 113.5^\circ.
 \end{aligned}$$

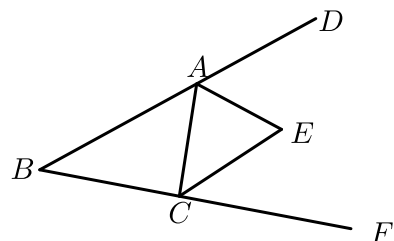
在 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{aligned}
 \angle AEC &= 180^\circ - (\angle CAE + \angle ACE) \\
 &= 180^\circ - 113.5^\circ \\
 &= 66.5^\circ.
 \end{aligned}$$

故答案为： 66.5° .

【标注】【知识点】三角形-外角角平分线

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ， $\angle AEC = 70^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____ 度.

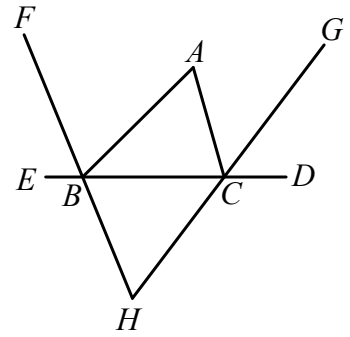


【答案】 40

【解析】 $\because \triangle ACE$ 中， $\angle AEC = 70^\circ$ ，
 $\therefore \angle EAC + \angle ACE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ，
 $\because AE$ 、 CE 分别是 $\angle DAC$ 与 $\angle ACF$ 的角平分线，
 $\therefore \angle DAC + \angle ACF = 2(\angle EAC + \angle ACE) = 220^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAC + \angle ACB = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$ ，
 $\therefore \angle B = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ，
 故答案为：40.

【标注】【知识点】三角形-外角角平分线

20. 如图， BF ， CG 分别是 $\triangle ABC$ 的外角平分线， BF ， CG 的反向延长线相交于 H 点，若 $\angle A = \angle H$ ，则 $\angle A =$ _____ .



【答案】 60°

【解析】 易知 $\angle H = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$, (三角形两外角平分线夹角的倒角模型)

又 $\angle H = \angle A$,

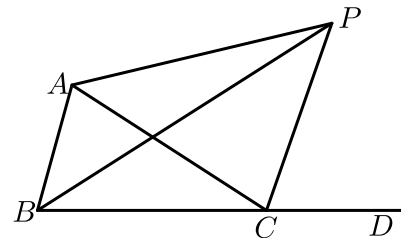
$$\therefore 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A = \angle A ,$$

解得 $\angle A = 60^\circ$.

【标注】 【知识点】 三角形-外角角分线

练习6

21. 如图, $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 CP 与内角 $\angle ABC$ 的平分线 BP 交于点 P , 若 $\angle BPC = 40^\circ$, 则 $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



【答案】 80

【解析】 $\because BP$ 平分 $\angle ABC$, CP 平分 $\angle ACD$,

$$\therefore \angle ACD = 2\angle PCD ,$$

$$\angle ABC = 2\angle PBC .$$

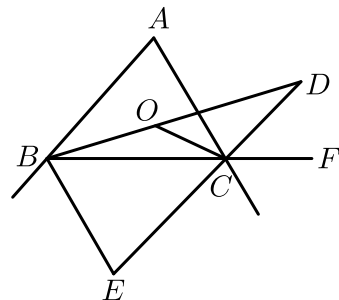
$$\text{又} \because \angle ACD = \angle ABC + \angle BAC ,$$

$$\angle PCD = \angle PBC + \angle BPC ,$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BPC = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

【标注】 【知识点】 三角形-内角角分线

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 O ， D 是 $\angle ACB$ 外角平分线与 $\angle ABC$ 内角平分线的交点， E 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 外角平分线的交点，若 $\angle BOC = 120^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数为（ ）。



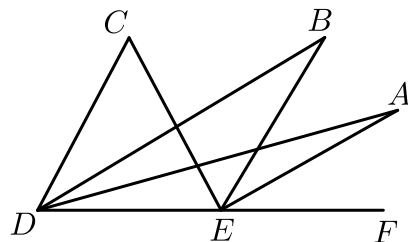
- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

【答案】 D

【解析】 $\because BO$ 平分 $\angle ABC$ ， CO 平分 $\angle ACB$ ，
 $\therefore \angle ABC = 2\angle OBC$ ， $\angle ACB = 2\angle OCB$ 。
 又 $\because \angle ABC + \angle ACB + \angle A = 180^\circ$ ，
 $\therefore 2\angle OCB + 2\angle OBC + \angle A = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle OCB + \angle OBC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ ，
 又 $\because \angle OCB + \angle OBC + \angle BOC = 180^\circ$ ，
 $\therefore 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A + \angle BOC = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ，
 而 $\angle BOC = 120^\circ$ ，
 $\therefore \angle A = 60^\circ$ ，
 $\because \angle DCF = \angle D + \angle DBC$ ，
 $\angle ACF = \angle ABC + \angle A$ ，
 BD 平分 $\angle ABC$ ， DC 平分 $\angle ACF$ ，
 $\therefore \angle ACF = 2\angle DCF$ ， $\angle ABC = 2\angle DBC$ ，
 $\therefore 2\angle D + 2\angle DBC = \angle ABC + \angle A$ ，
 $\therefore 2\angle D = \angle A$ ，即 $\angle D = \frac{1}{2}\angle A$ ，
 $\because \angle A = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle D = 30^\circ$ ，
 故选D。

【标注】【知识点】三角形-内外角角分线

23. 在 $\triangle CDE$ 中, DB 平分 $\angle CDE$, EB 平分 $\angle CEF$, DA 平分 $\angle BDE$, EA 平分 $\angle BEF$,
若 $\angle A = 14^\circ$, $\angle C = ()$.

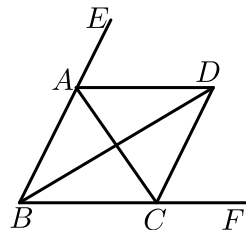


- A. 28° B. 56° C. 62° D. 34°

【答案】 B

【标注】 【知识点】 三角形-内角角分线

24. 如图, $\angle ABC = \angle ACB$, AD 、 BD 、 CD 分别平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle EAC$ 、内角 $\angle ABC$ 、外角 $\angle ACF$. 以下结论: ① $AD \parallel BC$; ② $\angle ACB = 2\angle ADB$; ③ $\angle ADC = 90^\circ - \angle ABD$; ④ BD 平分 $\angle ADC$; ⑤ $\angle BDC = \frac{1}{2}\angle BAC$. 其中正确的结论 ().



- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

【答案】 C

【解析】 $\because AD$ 平分 $\angle EAC$,
 $\therefore \angle EAC = 2\angle EAD$,
 $\because \angle EAC = \angle ABC + \angle ACB$,
 $\angle ABC = \angle ACB$,
 $\therefore \angle EAD = \angle ABC$,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore$ ①正确,
 $\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle ADB = \angle DBC$,
 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 2\angle DBC,$$

$$\therefore \angle ACB = 2\angle ADB,$$

$\therefore$ ②正确,

在 $\triangle ADC$ 中,

$$\angle ADC + \angle CAD + \angle ACD = 180^\circ,$$

$\therefore CD$ 平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACF$,

$$\therefore \angle ACD = \angle DCF,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle DCF,$$

$$\angle ADB = \angle DBC,$$

$$\angle CAD = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC,$$

$$\angle CAD = \angle ACB = \angle ABC = 2\angle ABD,$$

$$\therefore \angle ADC + \angle CAD + \angle ACD$$

$$= \angle ADC + 2\angle ABD + \angle ADC$$

$$= 2\angle ADC + 2\angle ABD$$

$$= 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ - \angle ABD,$$

$\therefore$ ③正确,

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC,$$

$$\angle ADC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ABC,$$

$$\therefore \angle ADB \neq \angle CDB,$$

$\therefore$ ④错误,

$$\therefore \angle ACF = 2\angle DCF,$$

$$\angle ACF = \angle BAC + \angle ABC,$$

$$\angle ABC = 2\angle DBC, \angle DCF = \angle DBC + \angle BDC,$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BDC,$$

$\therefore$ ⑤正确,

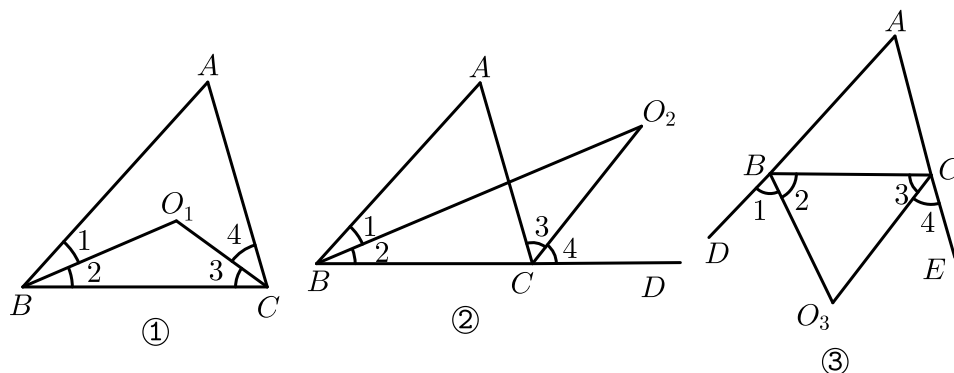
即正确的有4个,

故选C .

【标注】【知识点】三角形-内外角角分线

练习7

25. 如图，在①②③中， $\angle A = 42^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，则 $\angle O_1 + \angle O_2 + \angle O_3 = ()$ 度 .



A. 84

B. 111

C. 225

D. 201

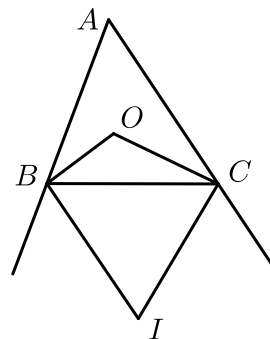
【答案】D

【解析】 $\angle O_1 = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$,
 $\angle O_2 = \frac{1}{2}\angle A$,
 $\angle O_3 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$,
 $\therefore \angle O_1 + \angle O_2 + \angle O_3$
 $= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle A + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$
 $= 180^\circ + \frac{1}{2}\angle A$
 $= 180^\circ + 21^\circ$
 $= 201^\circ$.

故选：D .

【标注】【知识点】三角形-内外角角分线

26. 如图，点O是三角形内角平分线的交点，点I是三角形外角平分线的交点，则 $\angle O$ 与 $\angle I$ 的数量关系是：_____ .



【答案】 $\angle O + \angle I = 180^\circ$

【解析】 $\because O$ 是三角形内角平分线交点，

I 是外角平分线交点，

$$\therefore \angle OBC + \angle IBC = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ,$$

$$\angle OCB + \angle ICB = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ,$$

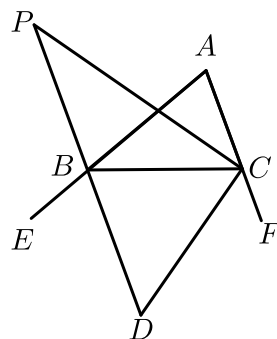
$$\text{即 } \angle OBI = \angle OCI = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle O + \angle OBI + \angle I + \angle OCI = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle O + \angle I = 180^\circ.$$

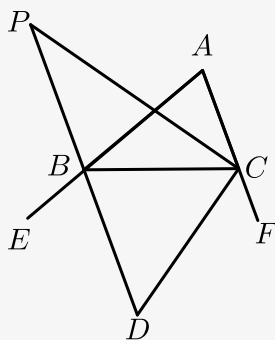
【标注】 【知识点】 三角形-内外角角分线

27. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle ACB$ ， CP 平分 $\angle ACB$ ， BD ， CD 分别是 $\triangle ABC$ 的两外角的平分线，下列结论中：① $CP \perp CD$ ；② $\angle P = \frac{1}{2} \angle A$ ；③ $BC = CD$ ；④ $\angle D = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ ；⑤ $PD \parallel AC$ 。其中正确的结论是 _____。（直接填写序号）



【答案】 ①②④⑤

【解析】 $\because CP$ 平分 $\angle ACB$ ，



CD 平分 $\angle BCF$,

$$\therefore 2\angle PCB + 2\angle BCD = 180^\circ,$$

$$\text{即 } \angle PCB + \angle BCD = 90^\circ,$$

$\therefore PC \perp CD$, ①正确;

$\therefore BD$ 平分 $\angle CBE$,

$$\therefore \angle CBD = \frac{180^\circ - \angle ABC}{2},$$

$$\angle P = \angle CBD - \angle PCB$$

$$= \frac{180^\circ - \angle ABC}{2} - \frac{1}{2}\angle ACB$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$$

$$= \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2}\angle ACB = \angle ACP,$$

②⑤正确, 正确;

$$\text{由②知 } \angle P = \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\text{由①知 } \angle PCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ - \angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A, \text{ ④正确;}$$

$$\angle BCD = 90^\circ - \angle PCB$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ACB$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\therefore \angle D = \angle BCD,$$

$$\therefore BC = BD, \text{ ③错误.}$$

综上, 正确的结论为①②④⑤.

【标注】【知识点】三角形-外角角分线

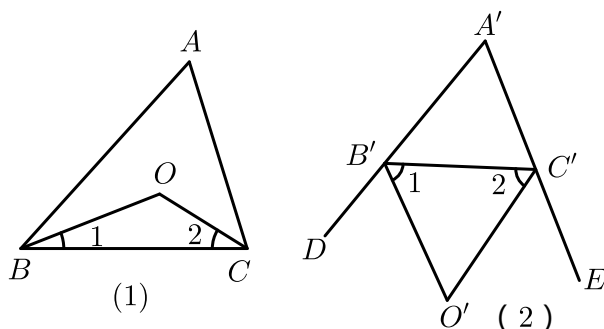
28. 请回答下列各题:

(1) 如图(1), 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O .

(a) 若 $\angle A = 60^\circ$, 求 $\angle BOC$ 的度数.

(b) 若 $\angle A = n^\circ$, 则 $\angle BOC =$ _____ .

(c) 若 $\angle BOC = 3\angle A$, 则 $\angle A =$ _____ .



(2) 如图(2), 在 $\triangle A'B'C'$ 中的外角平分线相交于点 O' , $\angle A' = 40^\circ$, 求 $\angle B'O'C'$ 的度数.

(3) 上面(1), (2) 两题中的 $\angle BOC$ 与 $\angle B'O'C'$ 有怎样的数量关系?

【答案】 (1) (a) 120° .

(b) $90^\circ + \frac{1}{2}n^\circ$.

(c) 36° .

(2) 70° .

(3) $\angle B'O'C' = 180^\circ - \angle BOC$.

【解析】 (1) (a) $\because \angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ)$$

$$= 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

(b) $\because \angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - n^\circ)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ\right) = 90^\circ + \frac{1}{2}n^\circ.$$

故答案为: $90^\circ + \frac{1}{2}n^\circ$.

(c) $\because \angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ， $\angle BOC = 3\angle A$ ，

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\therefore 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A + 3\angle A = 180^\circ,$$

解得 $\angle A = 36^\circ$ 。

$$(2) \because \angle 1 = \frac{1}{2}\angle DB'C', \angle 2 = \frac{1}{2}\angle EC'B',$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}(\angle A' + \angle A'C'B'),$$

$$\angle 2 = \frac{1}{2}(\angle A' + \angle A'B'C').$$

$$\therefore \angle O' = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A' + \angle A'C'B') - \frac{1}{2}(\angle A' + \angle A'B'C')$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A' + \angle A'C'B' + \angle A'B'C' + \angle A')$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A')$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A'$$

$$= 70^\circ.$$

$$(3) \because \text{由(1)知, } \angle BOC = \frac{180^\circ + \angle A}{2},$$

$$\text{由(2)知, } \angle B'O'C' = 180^\circ - \frac{180^\circ + \angle A}{2},$$

$$\therefore \angle B'O'C' = 180^\circ - \angle BOC.$$

【标注】【能力】推理论证能力

【能力】运算能力

【知识点】角分线性质定理

【知识点】三角形内角和的应用

【知识点】三角形-外角角分线

【知识点】三角形的外角定义及性质

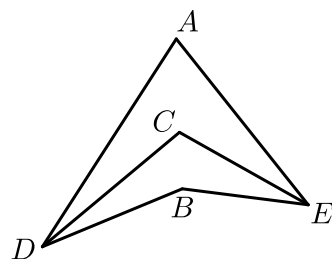
三、结合模型

练习8

29.

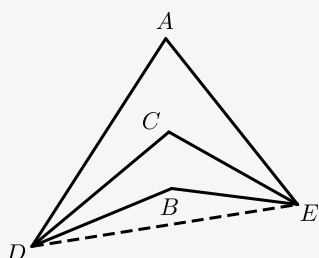
如图， DC 平分 $\angle ADB$ ， EC 平分 $\angle AEB$ ，若 $\angle DAE = 60^\circ$ ， $\angle DBE = 160^\circ$ ，则 $\angle DCE =$

_____ .



【答案】 110°

【解析】 连接 DE ，



$$\begin{aligned}
 &\because \angle DAE = 60^\circ, \angle DBE = 160^\circ, \\
 &\therefore \angle BDE + \angle BED = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ, \\
 &\angle ADE + \angle AED = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ, \\
 &\therefore \angle ADB + \angle AEB = 120^\circ - 20^\circ = 100^\circ. \\
 &\because DC \text{ 平分 } \angle ADB, EC \text{ 平分 } \angle AEB, \\
 &\therefore \angle BDC = \frac{1}{2} \angle ADB, \angle BEC = \frac{1}{2} \angle AEB, \\
 &\therefore \angle BDC + \angle BEC = \frac{1}{2} (\angle ADB + \angle AEB) \\
 &= \frac{1}{2} \times 100^\circ \\
 &= 50^\circ, \\
 &\therefore \angle DCE = 180^\circ - (\angle CDE + \angle CED) \\
 &= 180^\circ - (\angle BDC + \angle BEC) - (\angle BDE + \angle BED) \\
 &= 180^\circ - 50^\circ - 20^\circ \\
 &= 110^\circ.
 \end{aligned}$$

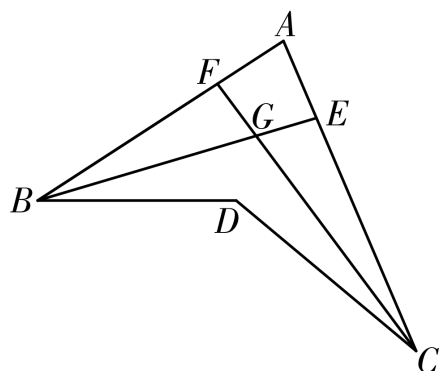
【标注】 【知识点】角分线性质定理

【知识点】三角形内角和的应用

【知识点】三角形-内角角分线

【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

30. 如图, BE 是 $\angle ABD$ 的平分线, CF 是 $\angle ACD$ 的平分线, BE 与 CF 交于点 G , $\angle BDC = 140^\circ$, $\angle BGC = 110^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 () .



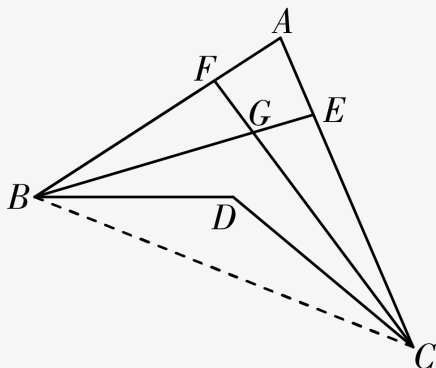
- A. 70° B. 75° C. 80° D. 85°

【答案】 C

【解析】 解: 如图, 连接 BC .

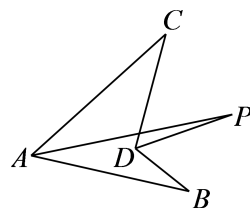
$\because BE$ 是 $\angle ABD$ 的平分线, CF 是 $\angle ACD$ 的平分线,
 $\therefore \angle ABE = \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABD$, $\angle ACF = \angle DCF = \frac{1}{2} \angle ACD$,
 又 $\because \angle BDC = 140^\circ$, $\angle BGC = 110^\circ$,
 $\therefore \angle DBC + \angle DCB = 40^\circ$, $\angle GBC + \angle GCB = 70^\circ$,
 $\therefore \angle EBD + \angle FCD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ABE + \angle ACF = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ABE + \angle ACF + \angle GBC + \angle GCB = 70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$, 即
 $\angle ABC + \angle ACB = 100^\circ$,
 $\therefore \angle A = 80^\circ$.

故选 C .



【标注】 【知识点】 模型综合运用

31. 如图, 已知 AP 平分 $\angle BAC$, DP 平分 $\angle CDB$, $\angle C = 50^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为 () .



A. 10°

B. 15°

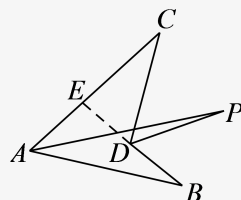
C. 30°

D. 40°

【答案】 B

【解析】 如图，延长 BD 交 AC 于 E ，

由三角形的外角性质得，



$$\angle BDC = \angle BAC + \angle B + \angle C = \angle BAC + 50^\circ + 20^\circ = \angle BAC + 70^\circ,$$

$\therefore DP$ 平分 $\angle CDB$ ，

$$\therefore \angle CDP = \frac{1}{2} \angle BAC + 35^\circ,$$

$\therefore AP$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle CAP = \frac{1}{2} \angle BAC,$$

由三角形的内角和定理， $\angle P + \angle CDP = \angle CAP + \angle C$ ，

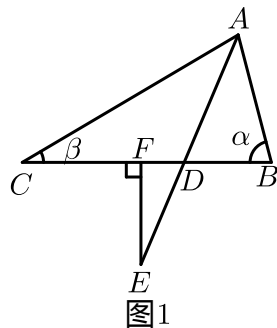
$$\therefore \angle P + \frac{1}{2} \angle BAC + 35^\circ = \frac{1}{2} \angle BAC + \angle C,$$

$$\therefore \angle P = \angle C - 35^\circ = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ.$$

故选：B.

【标注】 【知识点】 三角形-外角角分线

32. 已知 (如图1) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B > \angle C$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 、点 E 在 AD 的延长线上，过点 E 作 $EF \perp BC$ 于点 F ，设 $\angle B = \alpha$ ， $\angle C = \beta$ 。



- (1) 当 $\alpha = 80^\circ$ ， $\beta = 30^\circ$ 时，求 $\angle E$ 的度数。

(2) 试问 $\angle E$ 与 $\angle B$, $\angle C$ 之间存在着怎样的数量关系, 试用 α 、 β 表示 $\angle E$, 并说明理由.

【答案】 (1) 25° .

(2) $\angle E = \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta$, 证明见解析.

【解析】 (1) $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \alpha = 80^\circ$, $\angle C = \beta = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 70^\circ,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CAD + \angle C = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle FDE = \angle ADB = 65^\circ,$$

$\because EF \perp BC$,

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle EFC - \angle FDE = 25^\circ.$$

(2) $\angle E = \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta$, 理由如下:

$\because \angle B = \alpha$, $\angle C = \beta$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - \alpha - \beta,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CAD + \angle C = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta,$$

$$\therefore \angle FDE = \angle ADB = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta,$$

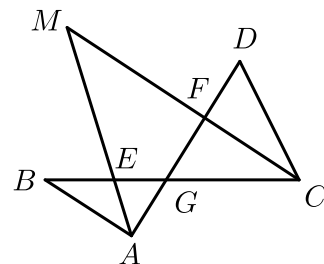
$\because EF \perp BC$,

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle EFC - \angle FDE = \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta.$$

【标注】【知识点】三角形-内角角分线

33. 已知: 如图, $\angle B = 37^\circ$, $\angle D = 63^\circ$, AM , CM 分别平分 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$, 则 $\angle M = ()$.



A. 26°

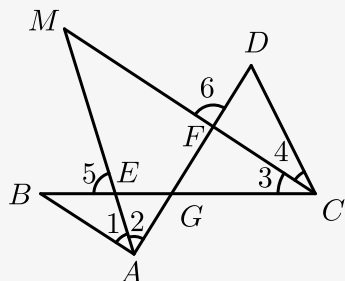
B. 60°

C. 50°

D. 45°

【答案】C

【解析】根据三角形外角性质，可得：



$$\angle 5 = \angle M + \angle 3, \angle 5 = \angle B + \angle 1,$$

$$\angle 6 = \angle M + \angle 2, \angle 6 = \angle D + \angle 4,$$

$$\therefore \angle M + \angle 3 = \angle B + \angle 1,$$

$$\angle M + \angle 2 = \angle D + \angle 4,$$

$$\therefore 2\angle M + (\angle 2 + \angle 3) = (\angle B + \angle D) + (\angle 1 + \angle 4).$$

又 $\because AM$ 、 CM 分别平分 $\angle BAD$ 、 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 4,$$

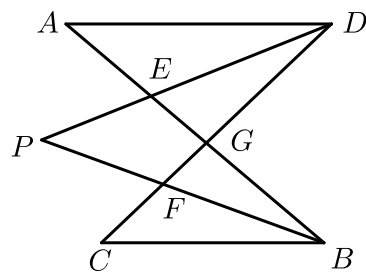
$$\therefore 2\angle M = \angle B + \angle D,$$

$$\text{即 } \angle M = \frac{1}{2}(\angle B + \angle D) = \frac{1}{2}(37^\circ + 63^\circ) = 50^\circ.$$

故选C.

【标注】【知识点】三角形-内外角角分线

34. 如图所示： DP 平分 $\angle ADC$ ， BP 平分 $\angle ABC$ ， DP 与 BP 相交于点 P ， AB 与 PD 相交于点 E ， CD 与 PB 相交于点 F ， AB 与 CD 相交于点 G 。



- (1) 若 $\angle A = 37^\circ$ ， $\angle C = 39^\circ$ ，求 $\angle P$ 是多少度。
(2) 若 $\angle A = 47^\circ$ ， $\angle C = 53^\circ$ ，请直接写出 $\angle P$ 是多少度。
(3) 若 $\angle A = \alpha$ ， $\angle C = \beta$ ，请直接写出 $\angle P$ 是多少度。

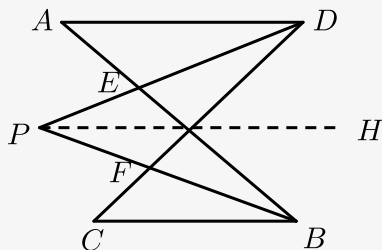
【答案】(1) $\angle P = 38^\circ$ 。

$$(2) \angle P = 50^\circ .$$

$$(3) \angle P = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) .$$

【解析】(1) 连接 PG 并延长至 H .

如图 ,



$$\angle P = \angle DPG + \angle BPG .$$

$$\text{在} \triangle PDG \text{中}, \angle DPG = \angle DGH - \angle PDG .$$

$$\text{在} \triangle PGB \text{中}, \angle BPG = \angle BGH - \angle PBG .$$

$$\therefore \angle P = \angle DGH - \angle PDG + \angle BGH - \angle PBG = \angle DGB - \angle PDG - \angle PBG$$

.

$$\text{又} \because AD \text{ 平分 } \angle ADC ,$$

$$\therefore \angle PDG = \frac{1}{2} \angle ADC .$$

$$\because BP \text{ 平分 } \angle ABC ,$$

$$\therefore \angle PBG = \frac{1}{2} \angle CBG .$$

$$\therefore \angle P = \angle DGB - \frac{1}{2} \angle ADG - \frac{1}{2} \angle CBG = \frac{1}{2} (2\angle DGB - \angle ADG - \angle CBG)$$

.

$$\text{在} \triangle ADG \text{中}, \angle A = \angle DGB - \angle ADG ,$$

$$\text{在} \triangle BCG \text{中}, \angle C = \angle DGB - \angle CBG .$$

$$\therefore \angle P = \frac{1}{2} (\angle A + \angle C) = \frac{1}{2} \times (37^\circ + 39^\circ) = 38^\circ .$$

$$(2) \angle P = \frac{1}{2} (\angle A + \angle C) = \frac{1}{2} \times (47^\circ + 53^\circ) = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ .$$

$$(3) \text{ 当 } \angle A = \alpha, \angle C = \beta \text{ 时}, \angle P = \frac{1}{2} (\alpha + \beta) .$$

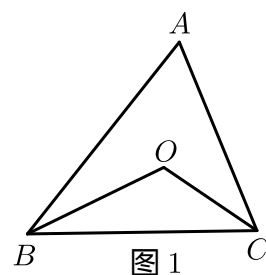
【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

四、规律探究

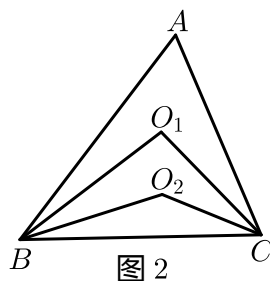
练习9

35. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$.

(1) 如图1, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 O , 则 $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$.



(2) 如图2, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的三等分线分别交于点 O_1 、 O_2 , 则 $\angle BO_1C = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $\angle BO_2C = \underline{\hspace{2cm}}$.

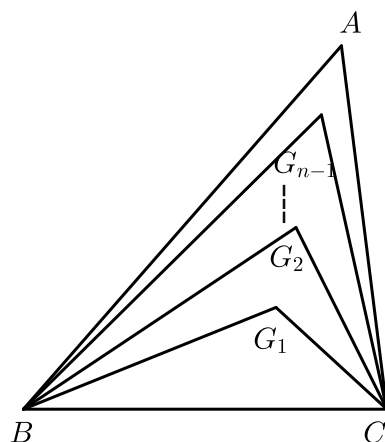


【答案】 (1) 120°

(2) 100° ; 140°

【标注】【知识点】三角形-内角角分线

36. 如图： $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 的 n 等分线与 $\angle ACB$ 的 n 等分线分别相交于点 G_1 、 G_2 、 $\dots$ 、 G_{n-1} ，则 $\angle BG_{n-1}C$ 与 $\angle A$ 的关系为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (其中 n 是不小于2的整数)

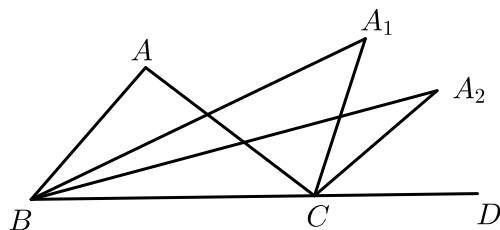


【答案】 $\angle BG_{n-1}C = \frac{180^\circ + (n-1)\angle A}{n}$

【解析】 略 .

【标注】【知识点】三角形-内角角分线

37. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \alpha$, $\angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1 , 得 $\angle A_1$, $\angle A_1BC$ 与 $\angle A_1CD$ 的平分线相交于点 A_2 , 得 $\angle A_2$, $\dots$, $\angle A_6BC$ 与 $\angle A_6CD$ 的平分线相交于点 A_7 , 得 $\angle A_7$, 则 $\angle A_7 = ()$.



- A. $\frac{\alpha}{32}$ B. $\frac{\alpha}{64}$ C. $\frac{\alpha}{128}$ D. $\frac{\alpha}{256}$

【答案】C

【解析】根据题意得 $\angle ACD = \angle A + \angle ABC$.

$\because \angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1 ,

$$\begin{aligned}\therefore \angle A_1 &= 180^\circ - \frac{1}{2}\angle ACD - \angle ACB - \frac{1}{2}\angle ABC \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle A) - (180^\circ - \angle A - \angle ABC) - \frac{1}{2}\angle ABC \\ &= \frac{1}{2}\angle A,\end{aligned}$$

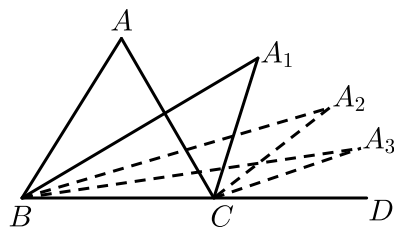
同理可得, $\angle A_2 = \frac{1}{2}\angle A_1 = \frac{1}{2^2}\angle A, \dots$,

$$\therefore \angle A_7 = \frac{1}{2^7}\angle A = \frac{1}{2^7}\alpha = \frac{\alpha}{128},$$

故选C.

【标注】【知识点】三角形-内外角角分线

38. 如图, BA_1 和 CA_1 分别是 $\triangle ABC$ 的内角平分线和外角平分线, BA_2 是 $\angle A_1BD$ 的平分线, CA_2 是 $\angle A_1CD$ 的平分线, BA_3 是 $\angle A_2BD$ 的平分线, CA_3 是 $\angle A_2CD$ 的角平分线, 若 $\angle A_1 = \alpha$, 则 $\angle A_{2013} = ()$.



- A. $\frac{\alpha}{2013}$ B. $\frac{\alpha}{2^{2013}}$ C. $\frac{\alpha}{2012}$ D. $\frac{\alpha}{2^{2012}}$

【答案】D

【解析】 $\because A_1B$ 是 $\angle ABC$ 的平分线， A_1C 是 $\angle ACD$ 的平分线，

$$\therefore \angle A_1BC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle A_1CD = \frac{1}{2}\angle ACD,$$

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle A + \angle ABC, \angle A_1CD = \angle A_1BC + \angle A_1,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) = \frac{1}{2}\angle ABC + \angle A_1,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\text{同理可得} \angle A_2 = \frac{1}{2}\angle A_1 = \frac{1}{2^2}\alpha, \angle A_3 = \frac{1}{2}\angle A_2 = \frac{1}{2^3}\alpha,$$

$$\text{则} \angle A_{2013} = \frac{\alpha}{2^{2012}}.$$

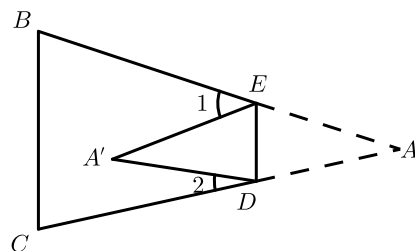
故选D.

【标注】【知识点】三角形-内外角角分线

五、 三角形折叠

练习10

39. 如图，把 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠，当点 A 落在四边形 $BCDE$ 内部时，则 $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间有一种数量关系始终保持不变．请试着找一找这个规律，你发现的规律是（ ）．



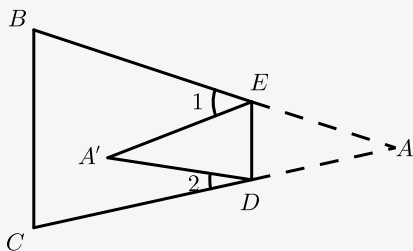
- A. $\angle A = \angle 1 + \angle 2$ B. $2\angle A = \angle 1 + \angle 2$ C. $3\angle A = 2\angle 1 + \angle 2$ D. $3\angle A = 2(\angle 1 + \angle 2)$

【答案】B

【解析】方法一： $\angle A + \angle ADE + \angle AED = 180^\circ$

$$\angle 1 + \angle 2 + 2\angle ADE + 2\angle AED = 360^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 2\angle A.$$



方法二： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ①；

在 $\triangle ADE$ 中， $\angle A + \angle ADE + \angle AED = 180^\circ$ ②；

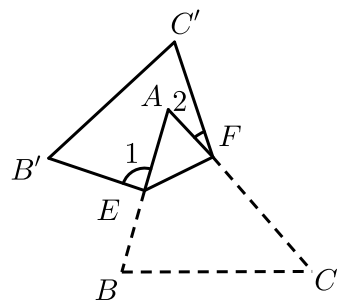
在四边形 $BCDE$ 中， $\angle B + \angle C + \angle 1 + \angle 2 + \angle ADE + \angle AED = 360^\circ$ ③；

$\therefore$ ①+②-③得 $2\angle A = \angle 1 + \angle 2$ 。

故选：B。

【标注】【知识点】三角形折叠

40. 如图，把 $\triangle ABC$ 沿 EF 对折，叠合后的图形如图所示。若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle 1 = 95^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）。



A. 25°

B. 24°

C. 30°

D. 35°

【答案】A

【解析】 $\because \angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEF + \angle AFE = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle EFC = 240^\circ,$$

$$\therefore \angle B'EF + \angle C'FE = 240^\circ,$$

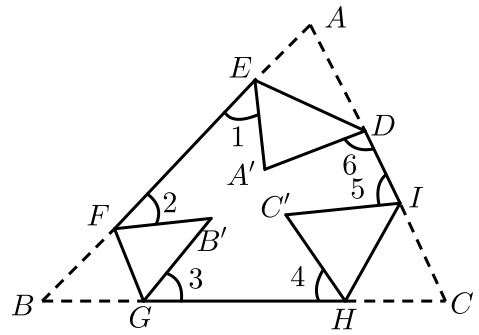
$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 240^\circ - 120^\circ = 120^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 95^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 120^\circ - 95^\circ = 25^\circ.$$

【标注】【知识点】三角形折叠

41. 如图所示，把一个三角形纸片 ABC 顶角向内折叠3次之后，3个顶点不重合，那么图中 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6$ 的度数是（ ）。



A. 180°

B. 270°

C. 360°

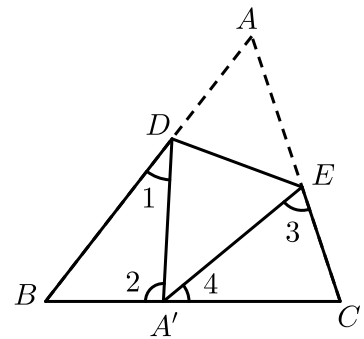
D. 无法确定

【答案】 C

【解析】 由题意知, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = \angle B + \angle B + \angle C + \angle C + \angle A + \angle A$,
 $\because \angle B = \angle B', \angle C = \angle C', \angle A = \angle A'$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 2(\angle B + \angle C + \angle A) = 360^\circ$,
 故选C.

【标注】 【知识点】 三角形折叠

42. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上一点, 将 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠, 使点 A 的对称点 A' 落在边 BC 上. 若 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ _____ 度.



【答案】 230

【解析】 由题可知:

$$\because \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A = 130^\circ,$$

在 $\triangle BDA'$ 与 $\triangle A'CE$ 中:

$$\angle B + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\angle C + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ,$$

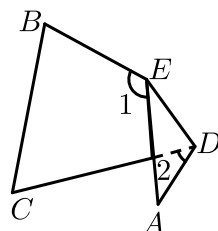
$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle B + \angle C = 360^\circ,$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 &= 360^\circ - (\angle B + \angle C) \\
 &= 360^\circ - 130^\circ \\
 &= 230^\circ .
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】三角形折叠

练习11

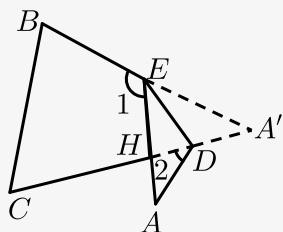
43. 如图，把 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠，当点 A 在四边形 $BCDE$ 的外部时，记 $\angle AEB$ 为 $\angle 1$ ， $\angle ADC$ 为 $\angle 2$ ，则 $\angle A$ 、 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系，结论正确的是（ ）。



- A. $\angle 1 = \angle 2 + \angle A$ B. $\angle 1 = 2\angle A + \angle 2$ C. $\angle 1 = 2\angle 2 + 2\angle A$ D. $2\angle 1 = \angle 2 + \angle A$

【答案】B

【解析】



延长 BE ， CD 交于点 A' ，

在 $\triangle A'EH$ 中，

$$\angle 1 = \angle A' + \angle EHA' ,$$

在 $\triangle ADH$ 中，

$$\angle EHA' = \angle 2 + \angle A ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle A' + \angle 2 + \angle A ,$$

$\because \triangle A'ED$ 沿 ED 翻折得到 $\triangle AED$ ，

$$\therefore \angle A' = \angle A ,$$

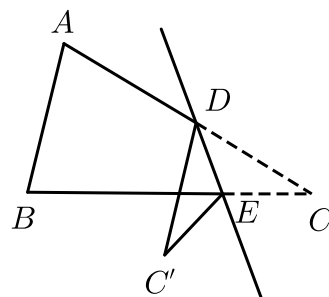
$$\therefore \angle 1 = \angle A + \angle 2 + \angle A ,$$

$$\angle 1 = 2\angle A + \angle 2 .$$

故选：B。

【标注】【知识点】三角形折叠

44. 如图， $\triangle ABC$ 是一个三角形的纸片， $\angle C = 30^\circ$ ，点 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 边上的两点，把 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 折叠，若 $\angle ADC' = 106^\circ$ ，则 $\angle BEC' =$ _____ $^\circ$.

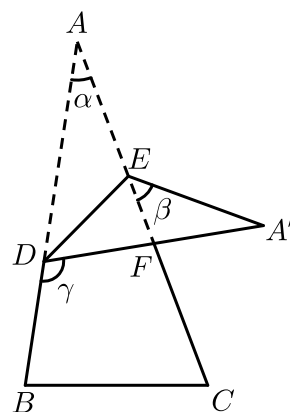


【答案】 46

【解析】 由折叠可知 $\angle C'DE = \angle CDE = \frac{180^\circ - \angle ADC'}{2} = 37^\circ$ ，可得
 $\angle DEC = \angle DEC' = 113^\circ$ ， $\angle BEC' = \angle DEC + \angle DEC' - 180^\circ = 46^\circ$.

【标注】 【知识点】 三角形折叠

45. 如图，将一张三角形纸片 ABC 的一角折叠，使点 A 落在 $\triangle ABC$ 外的 A' 处，折痕为 DE . 如果 $\angle A = \alpha$ ， $\angle CEA' = \beta$ ， $\angle BDA' = \gamma$ ，那么下列式子中正确的是（ ） .



- A. $\gamma = 2\alpha + \beta$ B. $\gamma = \alpha + 2\beta$ C. $\gamma = \alpha + \beta$ D. $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$

【答案】 A

【解析】 方法一： $\because$ 折叠，
 $\therefore \angle ADE = \angle A'DE$ ， $\angle AED = \angle A'ED$ ，
 $\therefore \angle ADE + \angle A'DE + \angle BDA' = 180^\circ$ ，
 $\angle BDA' = \gamma$ ，
 $\therefore \angle ADE = \frac{180^\circ - \gamma}{2}$ ，

$$\begin{aligned}
&\because \angle AED + \angle DEC = 180^\circ, \\
&\angle DEC + \angle A'EC = \angle A'ED, \\
&\angle CEA' = \beta, \\
&\therefore \angle AED = \frac{180^\circ + \beta}{2}, \\
&\because \angle ADE + \angle AED + \angle A = 180^\circ, \\
&\therefore \frac{180^\circ - \gamma}{2} + \frac{180^\circ + \beta}{2} + \alpha = 180^\circ, \\
&\therefore \gamma = 2\alpha + \beta.
\end{aligned}$$

故选A.

方法二： $\because$ 折叠，

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle A = \angle A' = \alpha, \\
&\therefore \angle BDA' = \angle A + \angle DFA = \angle A + \angle A' + \angle CEA', \\
&\text{即 } \gamma = 2\alpha + \beta,
\end{aligned}$$

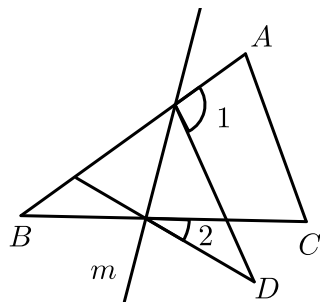
$\therefore$ 选A.

方法三：由“飞镖”模型得，

$$\begin{aligned}
&\angle AEA' = \angle A + \angle A' + \angle ADA', \\
&\text{由折叠得，} \angle A = \angle A' = \alpha, \\
&\because \angle CEA' = \beta, \angle BDA' = \gamma, \\
&\therefore \angle AEA' = 180^\circ - \beta, \angle ADA' = 180^\circ - \gamma, \\
&\therefore 180^\circ - \beta = 2\alpha + 180^\circ - \gamma, \\
&\therefore \gamma = 2\alpha + \beta.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】三角形折叠

46. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，将 $\triangle ABC$ 沿直线 m 翻折，点 B 落在点 D 处，若 $\angle 1 - \angle 2 = 60^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是（ ）.



A. 30°

B. 32°

C. 35°

D. 60°

【答案】 A

【解析】由折叠的性质可知： $\angle B = \angle D$ ，

又： $\angle 2 = \angle EFB$ ，（对顶角相等）

$\therefore$ 由外角的性质可得： $\angle 3 = \angle B + \angle EFB$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle B + \angle 2$ ，①

$\angle 1 = \angle 3 + \angle D$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 3 + \angle B$ ，②

由①、②可得： $\angle 1 = \angle B + \angle 2 + \angle B$ ，

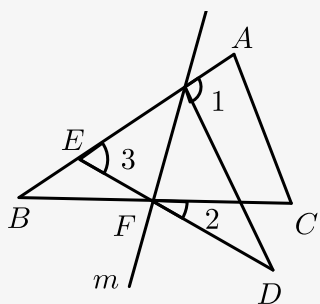
$\therefore \angle 1 - \angle 2 = 2\angle B$ ，

又： $\angle 1 - \angle 2 = 60^\circ$ ，

$\therefore 2\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 30^\circ$ 。

故选A。



【标注】【知识点】三角形折叠